1. Dominio y raíces

* El dominio de una función es el conjunto de todos los valores que hagan que dicha función esté definida, y está dentro de un conjunto dado. Lo denominaremos . Gráficamente, son todos los puntos que están en el eje de abscisas, y que están debajo de la curva de .
* Las raíces de una función son todos aquellos puntos que hacen que la función se anule, es decir: . Gráficamente, son los puntos donde corta al eje de las abscisas. **Con las raíces podemos determinar el conjunto de positividad de la función.**

1. Puntos críticos:

**Definición:**

Sea

* Si , entonces es un punto estacionario. Si ello ocurre, entonces ha alcanzado un máximo o un mínimo local.
* Si no existe , entonces es un punto singular.

1. Monotonía (conjunto de crecimiento):

**Definición:**

|  |  |
| --- | --- |
| * es estrictamente creciente en un intervalo , si, dados y , en todo el intervalo. |  |
| * *f* es estrictamente decreciente en un intervalo si, dados y , en todo el intervalo |  |

1. Concavidad – puntos de inflexión:

**Definición:**

Sea

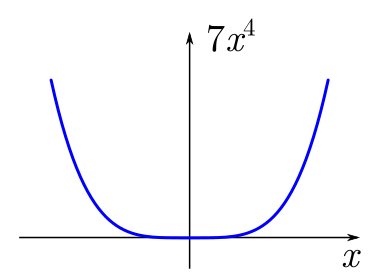
El punto “”se denomina “de inflexión”, si la gráfica de cambia su concavidad para .

* es cóncava arriba () si .
* es cóncava abajo () si .

¡¡OJO!! 🡪 ¿Qué pasa si ?

Veamos:

, entonces dicho punto sería donde la curva cambia su concavidad, lo cual sabemos que no es cierto, observando la gráfica.



1. Asíntotas:

* Asíntota vertical:
* Asíntota oblicua:

Ejemplo resuelto 1:

1. *Dominio y raíces:*

En este caso, tendremos:

, que se lee: *el dominio de la función “” es el conjunto de los “”, tales que “” pertenece a los números reales, exceptuando al “menos tres”.*

Y las raíces de la función serán: y . Recordemos que la función no puede ser evaluada en “” pues queda fuera del dominio.

Utilizamos el caso de factoreo de “diferencia de cuadrados” en el numerador:

1. *Puntos críticos:*

Obtengamos, en primer lugar, la derivada de la función:

Vemos que si y sólo si . Por lo tanto, la función no alcanza puntos máximos ni mínimos locales.

1. *Monotonía:*

Sabiendo que , observamos que es mayor que cero para todo , con lo cual la función es monótonamente creciente.

1. *Concavidad:*

Hallemos la derivada segunda de la función:

Igualando a cero, obtenemos que , entonces hay un cambio de concavidad en ese punto.

1. *Asíntotas:*

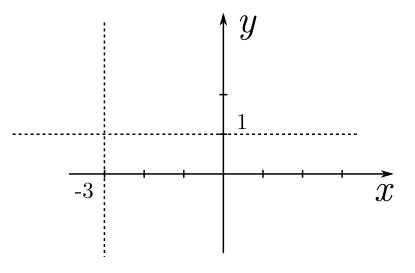
* Asíntota vertical:

Por lo tanto, la asíntota vertical es

* Asíntota oblicua:

Entonces, la asíntota oblicua no es tal, sino que es horizontal, y su ecuación es

Con toda la información que tenemos, podremos realizar la gráfica de la función. Grafiquemos en primer lugar las asíntotas:



Recordemos ahora que la función es creciente para todo *x*. Sabiendo ello esbozamos el gráfico:

